

Semana 12 - DV

Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

Definición de función exponencial

La **función exponencial** f con base a se denota por

$$f(x) = a^x$$

donde $a > 0$, $a \neq 1$ y x es cualquier número real.

Ejemplo 1

Evaluar funciones exponenciales

Use una calculadora para evaluar cada función en el valor indicado de x .

<i>Función</i>	<i>Valor</i>
a. $f(x) = 2^x$	$x = -3.1$
b. $f(x) = 2^{-x}$	$x = \pi$
c. $f(x) = 0.6^x$	$x = \frac{3}{2}$

Solución

<i>Valor de la función</i>	<i>Tecleo en calculadora de gráficas</i>	<i>Pantalla</i>
a. $f(-3.1) = 2^{-3.1}$	$2 \text{ [^] [-] 3.1 [ENTER]}$	0.1166291
b. $f(\pi) = 2^{-\pi}$	$2 \text{ [^] [-] \pi [ENTER]}$	0.1133147
c. $f(\frac{3}{2}) = (0.6)^{3/2}$	$.6 \text{ [^] [(] 3 [\div] 2 [)] [ENTER]}$	0.4647580

Expresa con cuatro (4) decimales

1

Función

Valor

$$f(x) = 0.9^x$$

$$x = 1.4$$

$$f(x) = 2.3^x$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$f(x) = 5^x$$

$$x = -\pi$$

$$f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{5x}$$

$$x = \frac{3}{10}$$

$$g(x) = 5000(2^x)$$

$$x = -1.5$$

$$f(x) = 200(1.2)^{12x}$$

$$x = 24$$

Expresa con cuatro (4) decimales

2

$$h(x) = e^{-x} \quad x = \frac{3}{4}$$

$$f(x) = e^x \quad x = 3.2$$

$$f(x) = 2e^{-5x} \quad x = 10$$

$$f(x) = 1.5e^{x/2} \quad x = 240$$

$$f(x) = 5000e^{0.06x} \quad x = 6$$

$$f(x) = 250e^{0.05x} \quad x = 20$$

$$10^{\times} = 10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^{100}$$

Fórmulas para interés compuesto

Después de t años, el saldo A en una cuenta con capital inicial P y tasa anual de interés r (en forma decimal) está dado por las fórmulas siguientes.

1. Para n capitalizaciones por año: $A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$
2. Para capitalización continua: $A = Pe^{rt}$

Ejemplo 8

Interés compuesto

Se invierte un total de \$12 000 a una tasa anual de interés de 9%. Encuentre el saldo después de 5 años si se capitaliza

- a. Trimestralmente.
- b. Mensualmente.
- c. Continuamente

Porcentaje

$$1 = 100\%$$

$$50\% = 0.50$$

$$10\% = 0.10$$

$$9\% = 0.09$$

$$23.7\% = 0.237$$

Solución

a. Para capitalización trimestral, tenemos $n = 4$. Por tanto, en 5 años a 9% el saldo es

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

Fórmula para interés compuesto

$$= 12\,000 \left(1 + \frac{0.09}{4} \right)^{4(5)}$$

Sustituir P , r , n y t .

$$\approx \$18\,726.11.$$

Usar calculadora.

b. Para capitalización mensual, tenemos $n = 12$. Por tanto, en 5 años a 9%, el saldo es

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

Fórmula para interés compuesto

$$= 12\,000 \left(1 + \frac{0.09}{12} \right)^{12(5)}$$

Sustituir P , r , n y t .

$$\approx \$18\,788.17.$$

Usar calculadora.

c. Para capitalización continua el saldo es

$$A = Pe^{rt}$$

Fórmula para capitalización continua

$$= 12\,000e^{0.09(5)}$$

Sustituya P , r y t .

$$2^3 2^2 = 2^5$$

$$2^3 \cdot 2^2$$

INTERÉS COMPUESTO En los Ejercicios 59-62, complete la tabla para determinar el saldo A de P dólares invertidos a una tasa r durante t años y capitalizado n veces por año.

n	1	2	4	12	365	Continua
A						

59. $P = \$1500$, $r = 2\%$, $t = 10$ años

60. $P = \$2500$, $r = 3.5\%$, $t = 10$ años

61. $P = \$2500$, $r = 4\%$, $t = 20$ años

62. $P = \$1000$, $r = 6\%$, $t = 40$ años

INTERÉS COMPUESTO En los Ejercicios 59-62, complete la tabla para determinar el saldo A de P dólares invertidos a una tasa r durante t años y capitalizado n veces por año.

n	1	2	4	12	365	Continua
A						

59. $P = \$1500$, $r = 2\%$, $t = 10$ años

60. $P = \$2500$, $r = 3.5\%$, $t = 10$ años

61. $P = \$2500$, $r = 4\%$, $t = 20$ años

62. $P = \$1000$, $r = 6\%$, $t = 40$ años