



LICEO CIENTÍFICO
Dr. Miguel Canela Lázaro

Funciones logarítmicas

Semana 13

Matemática de 6 to

Profesores: Ender Araujo y Kelvin Cuevas.

Definición de función logarítmica con base a

Para $x > 0$, $a > 0$ y $a \neq 1$,

$$y = \log_a x \text{ si y sólo si } x = a^y.$$

La función dada por

$$f(x) = \log_a x \quad \text{léase como "logaritmo base } a \text{ de } x".$$

se llama **la función logarítmica con base a** .



Función logaritmo natural

La función definida por

$$f(x) = \log_e x = \ln x, \quad x > 0$$

se llama **función logaritmo natural**.



Ejemplo 1

Evaluar logaritmos

Use la definición de función logarítmica para evaluar cada uno de los siguientes logaritmos al valor indicado de x .

a. $f(x) = \log_2 x$, $x = 32$

b. $f(x) = \log_3 x$, $x = 1$

c. $f(x) = \log_4 x$, $x = 2$

d. $f(x) = \log_{10} x$, $x = \frac{1}{100}$

Solución

a. $f(32) = \log_2 32 = 5$

porque $2^5 = 32$.

b. $f(1) = \log_3 1 = 0$

porque $3^0 = 1$.

c. $f(2) = \log_4 2 = \frac{1}{2}$

porque $4^{1/2} = \sqrt{4} = 2$.

d. $f\left(\frac{1}{100}\right) = \log_{10} \frac{1}{100} = -2$

porque $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$.

$$1000 = 10^3$$

$$\log(1000) = 3$$

$$10000 = 10^4$$

$$\log(10000) = 4$$

$$0.1 = 10^{-1}$$

$$\log(0.1) = -1$$

$$0.001 = 10^{-3}$$

$$\log(0.001) = -3$$

Ejemplo 2

Evaluar logaritmos comunes en una calculadora

Use calculadora para evaluar la función dada por $f(x) = \log x$ en cada valor de x .

a. $x = 10$

b. $x = \frac{1}{3}$

c. $x = 2.5$

d. $x = -2$

Solución

<i>Valor de la función</i>	<i>Tecleo en calculadora de gráficas</i>	<i>Pantalla</i>
a. $f(10) = \log 10$	$\boxed{\text{LOG}}$ 10 $\boxed{\text{ENTER}}$	1
b. $f\left(\frac{1}{3}\right) = \log \frac{1}{3}$	$\boxed{\text{LOG}}$ $\boxed{(\text{)}}$ 1 $\boxed{\div}$ 3 $\boxed{(\text{)}}$ $\boxed{\text{ENTER}}$	-0.4771213
c. $f(2.5) = \log 2.5$	$\boxed{\text{LOG}}$ 2.5 $\boxed{\text{ENTER}}$	0.3979400
d. $f(-2) = \log(-2)$	$\boxed{\text{LOG}}$ $\boxed{(-)}$ 2 $\boxed{\text{ENTER}}$	ERROR

Observe que la calculadora exhibe un mensaje de error (o un número complejo) cuando el usuario trata de evaluar $\log(-2)$. La razón de esto es que no hay una potencia de número real a la cual 10 se pueda elevar para obtener -2 .

Propiedades de los logaritmos.

1. $\log_a 1 = 0$ porque $a^0 = 1$.
2. $\log_a a = 1$ porque $a^1 = a$.
3. $\log_a a^x = x$ y $a^{\log_a x} = x$ Propiedades inversas
4. Si $\log_a x = \log_a y$, entonces $x = y$. Propiedad biunívoca



Propiedades de los logaritmos naturales

1. $\ln 1 = 0$ porque $e^0 = 1$.
2. $\ln e = 1$ porque $e^1 = e$.
3. $\ln e^x = x$ si $e^{\ln x} = x$ Propiedades inversas
4. Si $\ln x = \ln y$, entonces $x = y$. Propiedad biunívoca



Ejemplo 3 Usar las propiedades de los logaritmos

a. Simplificar: $\log_4 1$

b. Simplificar: $\log_{\sqrt{7}} \sqrt{7}$

c. Simplificar: $6^{\log_6 20}$

Solución

a. Usando la propiedad 1, se deduce que $\log_4 1 = 0$.

b. Usando la propiedad 2, se puede concluir que $\log_{\sqrt{7}} \sqrt{7} = 1$.

c. Usando la propiedad inversa (propiedad 3), se deduce que $6^{\log_6 20} = 20$.

Propiedades de los logaritmos.

1. $\log_a 1 = 0$ porque $a^0 = 1$.

2. $\log_a a = 1$ porque $a^1 = a$.

3. $\log_a a^x = x$ y $a^{\log_a x} = x$

Propiedades inversas

4. Si $\log_a x = \log_a y$, entonces $x = y$.

Propiedad biunívoca

Ejemplo 4

Usar la propiedad biunívoca

a. $\log_3 x = \log_3 12$

Ecuación original

$$x = 12$$

Propiedad biunívoca

b. $\log(2x + 1) = \log 3x \implies 2x + 1 = 3x \implies 1 = x$

c. $\log_4(x^2 - 6) = \log_4 10 \implies x^2 - 6 = 10 \implies x^2 = 16 \implies x = \pm 4$

Propiedades de los logaritmos.

1. $\log_a 1 = 0$ porque $a^0 = 1$.

2. $\log_a a = 1$ porque $a^1 = a$.

3. $\log_a a^x = x$ y $a^{\log_a x} = x$

Propiedades inversas

4. Si $\log_a x = \log_a y$, entonces $x = y$.

Propiedad biunívoca



Ejemplo 9

Usar las propiedades de los logaritmos naturales

Use las propiedades de los logaritmos naturales para simplificar cada expresión.

a. $\ln \frac{1}{e}$ b. $e^{\ln 5}$ c. $\frac{\ln 1}{3}$ d. $2 \ln e$

Solución

a. $\ln \frac{1}{e} = \ln e^{-1} = -1$ Propiedad inversa b. $e^{\ln 5} = 5$ Propiedad inversa

c. $\frac{\ln 1}{3} = \frac{0}{3} = 0$ Propiedad 1 d. $2 \ln e = 2(1) = 2$ Propiedad 2

Propiedades de los logaritmos naturales

1. $\ln 1 = 0$ porque $e^0 = 1$.
2. $\ln e = 1$ porque $e^1 = e$.
3. $\ln e^x = x$ si $e^{\ln x} = x$ Propiedades inversas
4. Si $\ln x = \ln y$, entonces $x = y$. Propiedad biunívoca



En los Ejercicios 7-14, escriba la ecuación logarítmica en forma exponencial. Por ejemplo, la forma exponencial de $\log_5 25 = 2$ es $5^2 = 25$.

7. $\log_4 16 = 2$

8. $\log_7 343 = 3$

9. $\log_9 \frac{1}{81} = -2$

10. $\log \frac{1}{1000} = -3$

11. $\log_{32} 4 = \frac{2}{5}$

12. $\log_{16} 8 = \frac{3}{4}$

13. $\log_{64} 8 = \frac{1}{2}$

14. $\log_8 4 = \frac{2}{3}$

8 puntos



En los Ejercicios 15-22, escriba la ecuación exponencial en forma logarítmica. Por ejemplo, la forma logarítmica de $2^3 = 8$ es $\log_2 8 = 3$.

15. $5^3 = 125$

16. $13^2 = 169$

17. $81^{1/4} = 3$

18. $9^{3/2} = 27$

19. $6^{-2} = \frac{1}{36}$

20. $4^{-3} = \frac{1}{64}$

21. $24^0 = 1$

22. $10^{-3} = 0.001$

8 puntos

www.elsol.com

En los Ejercicios 67-70, use una calculadora para evaluar la función en el valor de x indicado. Redondee el resultado a tres lugares decimales.



<i>Función</i>	<i>Valor</i>	
67. $f(x) = \ln x$	$x = 18.42$	
68. $f(x) = 3 \ln x$	$x = 0.74$	2 puntos
69. $g(x) = 8 \ln x$	$x = 0.05$	
70. $g(x) = -\ln x$	$x = \frac{1}{2}$	

En los Ejercicios 71-74, evalúe $g(x) = \ln x$ en el valor de x indicado sin usar calculadora.

71. $x = e^5$	72. $x = e^{-4}$	
73. $x = e^{-5/6}$	74. $x = e^{-5/2}$	4 puntos

En los Ejercicios 85-92, use la propiedad biunívoca para despejar x de la ecuación.

85. $\log_5(x + 1) = \log_5 6$

87. $\log(2x + 1) = \log 15$

89. $\ln(x + 4) = \ln 12$

91. $\ln(x^2 - 2) = \ln 23$

86. $\log_2(x - 3) = \log_2 9$

88. $\log(5x + 3) = \log 12$

90. $\ln(x - 7) = \ln 7$

92. $\ln(x^2 - x) = \ln 6$



8 puntos

30 puntos



Tabla de entrega	
Semanas de retraso	Resta de porcentaje a la nota final
1	15%
2	30%
3	45%
4	No se acepta